

ニュートン法解説

ニュートンにより方程式 $f(x)=x^p - a$ の $f(x)=0$ の x の値を求める。

x の値は $x=a^{1/p}$ として簡単に求めることができるが、この方法の応用で後で述べる方程式も簡単に求めることができる。

ニュートンによる方法は、 x を仮定して $f(x)=0$ となる x の値を求める方法で、仮定する x の値が $f(x)=0$ になるように近づいていく（図 A）。

初期値 X_1 を与え $f(x)$ を微分する。微分した値 $f'(x)$ は仮定した点 X_1 での接線の傾きとなる。次の仮定値は $X=x_1 - f(x)/f'(x)$ として $f(x)=0$ となるまで繰り返し仮定する。 $f(x)/f'(x)$ は図 B 中の x_n となる。

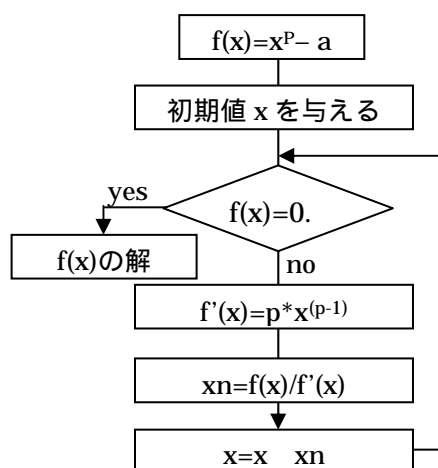


図 A フロー

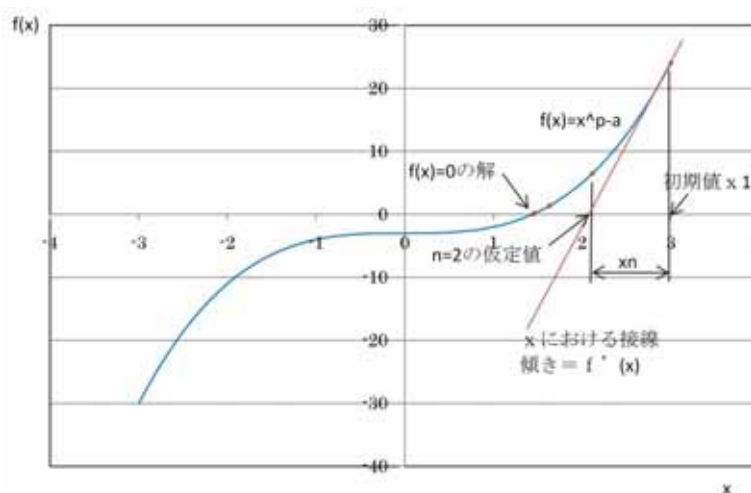


図 B ニュートン解法説明図

表 A 計算表

($p = 3$ 、 $a = 3$ 、 X の初期値 3)

n	X $x - f(x)/f'(x)$	f(x)	f'(x)	f(x)/f'(x)
1	3.0000	24.0000	27.0000	0.8889
2	2.1111	6.4088	13.3704	0.4793
3	1.6318	1.3450	7.9882	0.1684
4	1.4634	0.1340	6.4247	0.0209
5	1.4426	0.0019	6.2429	0.0003
6	1.4422	0.0000	6.2403	0.0000

ニュートン法による貯留関数法（流出計算）の解法

方程式

・運動方程式： $S = k q^p$ -----(1)

・連続の方程式： $r - q = d s / d t$ -----(2)

差分化

(2)式を差分化して(1)式を代入する。

$$f(q_{t2}) = r - (q_{t1} + q_{t2}) / 2 - k * q_{t2}^p + k * q_{t1}^p$$

t_1, t_2 は時間を表わす。

r, q_1, k, p は既知としてニュートン法により t_2 時の q_{t2} を求める。

流量 Q_{t2} は、 $q_{t2} * A / 3.6$ で求まる。

図 B 計算表

$K=8, P=0.6, A=10.8\text{km}^2, Q_{t1} = 41.66\text{m}^3/\text{s}$

n	q_2	$f(q_2)$	$f'(q_2)$	$f(q_2)/f'(q_2)$	Q_{t2}
1	30.000	30.529	2.231	-13.682	90.00
2	16.318	4.845	2.571	-1.885	48.96
3	14.434	0.870	2.650	-0.328	43.30
4	14.106	0.162	2.665	-0.061	42.32
5	14.045	0.030	2.668	-0.011	42.13
6	14.034	0.006	2.669	-0.002	42.10
7	14.031	0.001	2.669	0.000	42.09
8	14.031	0.000	2.669	0.000	42.09

